

# Unterrichtspraxis

## Reihe Hanser in der Schule

Albrecht Beutelspacher  
„Christian und die  
Zahlenkünstler“  
Reihe Hanser 62332



## Thematik:

Welt der (Prim-)zahlen, Geheimcodes

Herausgegeben von:  
Marlies Koenen

Klasse: 5-7  
Erarbeitet von:  
Kerstin Schäfer

# Handlung

Christian würde seine Ferien lieber wie seine Freunde am Meer oder im Disneyland verbringen. Stattdessen wird er von seiner Patentante Ursula, einer Mathematikerin, zu einer Sommerakademie eingeladen. Diese findet auf einem imposanten sowie geheimnisvollen Schloss in Italien statt. Thema der Sommerschule ist das Verschlüsseln von Botschaften und das Knacken von Codes. Christian, als selbst erklärter Mathemuffel, ist von dieser Ferienplanung zunächst wenig begeistert. Aber schon unterwegs schafft Ursula es, ihn für die Mathematik und die Zahlen zu begeistern. Während der 14-tägigen Sommerakademie wollen die mathematikinteressierten Teilnehmer von Professor Primo erfahren, ob es ihm gelungen ist, den Schlüssel zum Knacken von vielen Codes zu finden.

Auch für Christian wird diese Frage der Entschlüsselbarkeit von Codes interessant, weil er von Ursula und anderen Teilnehmern der Sommerschule nach und nach über verschiedene Formen von Codes unterrichtet wird. Sogar der Professor freut sich über diesen jungen Mathematiker und erteilt ihm an einem Nachmittag eine Privatstunde. Der Professor erklärt seine Ideen so, dass auch Christian den Überlegungen folgen kann.

Immer spannender wird die Frage, ob es dem Professor tatsächlich gelungen ist, das Problem der Faktorisierung zu lösen. Denn sobald es jemandem gelingen würde mit einem bestimmten Verfahren große Zahlen schnell in Primzahlen zu zerlegen, dann wären viele Codes geknackt.

Als sich gegen Ende der Sommerschule schließlich herausstellt, dass die Erwartungen aller Teilnehmer enttäuscht werden, kommt es zu einer dramatischen Situation: Detlef, ein Teilnehmer, geht während des Abendessens mit einem Messer auf den Professor los und verletzt diesen. Detlef wird daraufhin festgenommen, der Professor ins Krankenhaus gebracht und die Sommerschule am folgenden Tag beendet.

Für Christian sind diese beiden Wochen erstaunlich schnell vergangen. Seine anfängliche Unlust hat sich in Interesse an Zahlen und Mathematik gewandelt und er wünscht sich weitere Aktivitäten zusammen mit seiner Tante.

# Problematik

Das Hauptthema dieses Mathe-Krimis sind die Geheimcodes und die Frage nach der Verschlüsselung bzw. Entschlüsselung. Der Leser erfährt etwas darüber, welche Voraussetzungen gelten müssen, damit ein Code für Sender und Empfänger zu verstehen ist, dass es natürlich auch „Angreifer“ von außen gibt und wann ein Code knackbar bzw. unknackbar ist. Zudem werden verschiedene Codes vorgestellt. Zum einen werden ganz einfache, den Schülern bekannte Geheimcodes aufgeführt, beispielsweise das umgekehrte Buchstabieren von „hinten nach vorne“, eine Art Geheimschrift, die jedem Buchstaben ein bestimmtes Symbol zuordnet, etc. Zum anderen werden aber

*Urlaubsziel ist eine Sommerakademie in Italien. Dort sollen die Teilnehmer in das Geheimnis des Verschlüsseln von Nachrichten und das Knacken von Codes eingeführt werden.*

*Christian, eigentlich ein erklärter Mathemuffel, lässt sich zunehmend von seiner Tante und den anderen Teilnehmern für die Welt der Zahlen begeistern – auch über den Urlaub hinaus.*

*Hauptthema des Mathe-Krimis sind die Geheimcodes und ihre Verschlüsselung bzw. Entschlüsselung.*

auch ganz alte Codes, wie z.B. der Polybius-Code, der Cäsar-Code und der Schablonen-Code vorgestellt.

Ein weiteres Schwerpunktthema dieses Buches ist die Teilbarkeit von Zahlen und damit verbunden die Besonderheiten von Primzahlen und die Eigenschaft aller natürlichen Zahlen, dass sie sich in Primfaktoren zerlegen lassen.

Dies spielt in Bezug auf die Codes deshalb eine wichtige Rolle, weil z.B. die bekannte RSA-Verschlüsselung auf Primzahlen basiert. Bei dem RSA-Code wird der Schlüssel dieses Codes dadurch hergestellt, dass zwei sehr große Primzahlen miteinander multipliziert werden ( $p * q = N$ ). Dieses Ergebnis  $N$  ist dann der öffentliche Schlüssel, den der Sender dem Empfänger mitteilt. Der Empfänger kann die Botschaft nur entschlüsseln, wenn er es schafft, die Zahl  $N$  wieder in ihre Primfaktoren zu zerlegen, was wegen der Größe der Zahlen nahezu unmöglich ist. (Siehe hierzu auch die Bücher von Simon Singh).

Die Primfaktorzerlegung wird immer schwieriger, je größer die Ausgangszahl wird. Sobald es also jemandem gelingen würde, mit einem bestimmten Verfahren große Zahlen schnell in Primzahlen zu zerlegen, wären viele Codes geknackt.

Neben diesen Schwerpunkten erfährt der Leser ganz nebenbei noch etwas über arme, reiche und perfekte Zahlen, etwas über die Babylonier, Pythagoras und Fibonacci und ihre Ideen sowie etwas über andere Zahlensysteme und er lernt sogar einige Wörter Italienisch.

## Didaktisch-methodische Überlegungen

Dieses Buch wird auch für die Schüler spannend sein, die sich selbst als Mathematikmuffel bezeichnen würden, weil es ihnen eine andere Zugangsweise zur Mathematik eröffnet. Ganz „nebenbei“ erfahren sie etwas über die Besonderheiten von Zahlen und deren Zusammenhänge.

Das Buch lässt sich sinnvoll in den Mathematikunterricht der Klasse 6 einbauen, weil es die Themen aufgreift, die im Lehrplan dieser Jahrgangsstufe verankert sind. In der Geschichte von Christian und den Zahlenkünstlern werden unter anderem die Teilbarkeitsregeln, Primzahlen und Primfaktorzerlegung sowie verschiedene Zahlensysteme thematisiert. Zudem erfahren die Schüler etwas über die Ideen der Mathematik, wie beispielsweise ihre Strukturen und die Logik der Argumentationen, über das Beweisen und Widerlegen.

Der Einsatz eines Sachbuches im Mathematikunterricht ist sicher für die Schüler zunächst sehr ungewöhnlich, eröffnet aber gerade damit die Möglichkeit, die Freude und Faszination an der Mathematik zu fördern und zu stärken.

### Schwerpunkt 1: Geheimschriften – Geheimcodes

Die Arbeitskarten dieses Schwerpunktes beschäftigen sich mit

*Daneben ist die Teilbarkeit von Zahlen ein zweites wichtiges Schwerpunktthema, denn wenn es jemandem gelingen würde, große Zahlen schnell in Primzahlen zu zerlegen, wären viele Codes schnell geknackt.*

*Das Buch in Verbindung mit dem Unterrichtsmaterial eröffnet Schülern und Schülerinnen ganz neue Zugänge zur Mathematik.*

den verschiedenen Geheimcodes, deren Funktion und der Frage nach der Sicherheit von Codes.

- Der Polybius-Code
- Geheimschriften
- Vom Verschlüsseln und Entschlüsseln eines Codes
- Bau einer Cäsar-Codierungsmaschine
- So funktioniert die Cäsar-Codierungsmaschine
- Der Schablonencode

### **Schwerpunkt 2: Geschichte der Mathematik**

Die Arbeitskarten dieses Schwerpunktes beschäftigen sich mit einigen Aspekten der mathematischen Geschichte, die für uns bis heute eine Rolle spielen, u. a. das Zahlensystem der Babylonier, Pythagoras und seine Ideen und auch die Entdeckung der Fibonacci-Zahlen.

- Die Geschichte der Zahl 60
- Rechnen wie die Babylonier
- Pythagoras
- Fibonacci und die Kaninchen

### **Schwerpunkt 3: Die „Schönheit“ der (Prim-)Zahlen**

Die Arbeitskarten dieses Schwerpunktes beschäftigen sich mit den besonderen Eigenschaften der natürlichen Zahlen und führen spielerisch in Teile der Zahlentheorie ein. Einige dieser Karten greifen bereits Bekanntes auf, wie z.B. die Teilbarkeitsregeln. Darüber hinaus werden die Schülerinnen und Schüler aber auch dazu angeleitet, weitere Eigenschaften u. a. von (Prim-)zahlen zu entdecken oder andere Zahlensysteme kennen zu lernen. Diese Karten gehen an vielen Stellen über die Inhalte des Matheunterrichtes hinaus und sollen so das Interesse an Zahlen wecken. Außerdem sollen die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe dieser Karten die „Schönheit“ der Zahlen verstehen lernen. Daneben werden sie sich auch auf die Suche nach schönen Zahlen in der Alltagswelt und nach der Bedeutung mystischer Zahlen (3, 7, 13) machen.

- Teilbarkeitsregeln
- Prim(a)zahlen
- Das Sieb des Eratosthenes
- Primzahlen für Profis I - Primzahlengeschwister
- Primzahlen für Profis II - Primfaktorzerlegung
- Primzahlen für Profis III - Professor Primos wichtigste Formel
- Die Primzahlen, das Faktorisieren und die Codes (Diese Karte besteht aus einem sehr anspruchsvollen Forschungsauftrag zum RSA-Code.)
- Primzahlen vor dem Spiegel sind manchmal Mirpzahlen
- Reiche Zahlen – arme Zahlen
- Wanted – Zahlen gesucht
- Zahlenkünstler
- Geheimnis um ... die Zahl 13
- Zahlen auf der Spur
- Falsch gerechnet?

*Ein Arbeitsthema ist die Beschäftigung mit verschiedenen Geheimcodes.*

*Ein zweiter Aufgabenzusammenhang konzentriert sich auf die Geschichte der Mathematik und auf bestimmte Zahlensysteme.*

*Ein dritter Bereich nimmt Bezug auf die natürlichen Zahlen und bestimmte Teilbarkeitsregeln.*

*Die Arbeitsaufgaben führen die Schüler auf eine interessante Spurensuche, bei der es auch um Lieblingszahlen, Zahlenbanden und Unglückszahlen geht.*

#### **Schwerpunkt 4: Rund um die Rahmengeschichte**

Die Karten dieses Schwerpunktes beziehen sich auf die eigentliche Rahmengeschichte des Buches. Sie greifen einzelne Situationen heraus und leiten zur Beschäftigung mit diesen an. Dabei soll in erster Linie das Textverständnis der Schüler geschult werden, welches besonders im Blick auf die im Matheunterricht zu bearbeitenden Textaufgaben gefordert ist.

- Dreikomma vierzehn
- Auch fremde Sprachen sind wie Codes
- Der Professor
- Durcheinander am letzten Abend
- Das Geheimnis um den Inhalt des orange farbigen Umschlags

### **Fächerübergreifende Aspekte**

#### *Kunst:*

Denkbar wäre eine Zusammenarbeit mit dem Fach Kunst, weil schon der Titel auf die *Zahlenkünstler* hinweist. Neben der mathematischen Schönheit der Zahlen könnten die Schüler sich auf die Suche nach schönen Zahlen in der Alltagswelt machen und dazu eine Ausstellung organisieren.

*Ein viertes Thema gilt dem Entschlüsseln von Textinformationen, wie sie bei der Bearbeitung von Sachaufgaben vorrangig sind.*

*Zahlen-Kunst ist ein Thema, das den Mathematik- mit dem Kunstunterricht verbindet.*

# Anregungen zur Texterschließung und -bearbeitung

Das Buch könnte in einer Stunde pro Woche Inhalt des Matheunterrichtes sein. Die Schüler sollten es in dieser Zeit projektartig bearbeiten und sich dabei mit einzelnen Aspekten beschäftigen. Alternativ könnte das Buch im Rahmen eines Projektes im Matheunterricht gelesen werden, so dass sich die Schüler im Zeitraum von etwa zwei bis drei Wochen mit den verschiedenen Inhalten beschäftigen können. Sinnvoll könnten hier die letzten drei Schulwochen eines Schuljahres sein.

Alle Ergebnisse dieser Stunden können in einer **Projektmappe** gesammelt werden, so dass ein „Buch zum Buch“ entsteht.

Die Arbeitskarten sind so konzipiert, dass sie in Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit zu bearbeiten sind. Sie können in einer Art Werkstatt-Unterricht behandelt werden, da sie nur teilweise aufeinander aufbauen, was jedoch auf den Karten entsprechend vermerkt ist. Einige Karten und auch die Ideenecke enthalten neben den Arbeitsaufträgen weitere Forschungsaufgaben, wodurch das individuelle Interesse weiter gefördert werden kann. Schüler können sich hier noch vertiefend in bestimmte Themenbereiche einarbeiten.

Zum Abschluss der Beschäftigung mit diesem Buch sollte eine Evaluation stehen, die mit Hilfe des beiliegenden Evaluationsbogens durchgeführt werden kann. Die Schüler erhalten so die Möglichkeit, ihren eigenen Arbeits- und Lernprozess zu reflektieren.

## Arbeitskarte 1

Ein Buch zum Buch

In einem „Buch zum Buch“ sollst du deine persönlichen Arbeitsergebnisse festhalten. Da du im Laufe der Arbeit mit dem Buch viele Arbeitsblätter bekommen wirst, solltest du das Buch als Schnellhefter anlegen.

### Arbeitsauftrag:

Lege ein „Buch zum Buch“ an.

### Hinweise:

So soll es aussehen:

- Auf der ersten Seite des Schnellhefters gestaltest du eine eigene Titelseite mit den Angaben: Das Buch zum Buch: „Christian und die Zahlenkünstler“ und gibst deinen Namen als Autor(in) an.
- Das Inhaltsverzeichnis solltest du erst am Ende anlegen, weil du dir dann eine sinnvolle Reihenfolge deiner Einträge und Arbeitsblätter überlegen kannst. Alle Seiten deines Buches werden nun entsprechend nummeriert.
- Auf der letzten Seite deines Schnellhefters solltest du alle Quellen notieren, die du benutzt, um weitere Informationen zu Zahlen, zur Mathematik, etc. zu sammeln. Notiere dabei die vollständigen Internetadressen und bei Büchern den Titel und den Autor des Buches.
- Lege auch eine Seite an, auf der du alle Fragen notierst, die du dir während der Lektüre des Buches stellst. Schau dir diese Seite zwischendurch immer mal wieder an und streiche dann die Fragen durch, zu denen du eine Antwort gefunden hast.
- Bei der Gestaltung des Schnellhefters sind deiner Kreativität keine Grenzen gesetzt. Hier kannst auch du zum Zahlenkünstler werden.

# Unterrichtsbeispiele für einen handelnd-produktiven Umgang mit dem Buch

## Arbeitskarte 2

Der Polybius- Code

„Es gibt einen uralten Code, der ist älter als der Cäsar-Code. Bei dem wird jeder Buchstabe durch Zahlen dargestellt.“ (S. 95) „Der Code, den ich meine, ist noch besser. Er stammt von dem griechischen Historiker Polybius, der sich vor über 2000 Jahren Folgendes ausgedacht hat. Zunächst hat er alle Buchstaben in ein quadratisches Schema geschrieben.“ (S. 96)

	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

„1524331533 13341415 5545 25331113251533 244344  
221142 3324132344 4334 4313235224422422.“

1543 3211132344 11451323 4335114343!“

### Arbeitsauftrag:

1. Entschlüssele diesen Text.
2. Verfasse selbst einen Text, den du nach diesem Code verschlüsselst.  
Kann deine Partnerin/dein Partner ihn knacken?

### Hinweis:

1. Vervollständige das quadratische Schema. Hilfe findest du auf Seite 96.  
Entschlüssele diesen Text. Die Anleitung hierzu findest du auf S. 96f.

## Arbeitskarte 3

Geheimschriften

„Macht ihr echt Geheimschriften?“ „Ja. Weshalb fragst du?“ „Weil, [...] ich das auch kann.“ (S. 20)

Christian berichtet Tante Ursula von den Geheimschriften, die er zusammen mit seinen Freunden benutzt, um geheime Nachrichten zu übermitteln.

### Arbeitsauftrag:

1. Erkläre, wie Christians Geheimschrift funktioniert.
2. Erstellt eine Sammlung von verschiedenen Geheimschriften.

### Hinweise:

1. Lies die Seiten 20 und 21. Zeichne das Schema ab und verfasse eine Anleitung zur Benutzung dieser Geheimschrift.
2. Sammelt verschiedene Geheimschriften. Befragt dazu auch eure Großeltern, Eltern und Freunde.  
Welche Geheimschriften haben sie benutzt, als sie in eurem Alter waren?

## Arbeitskarte 4

### Vom Verschlüsseln und Entschlüsseln eines Codes

Tante Ursula lobt Christian dafür, dass er den Cäsar-Code entschlüsseln kann: „Du hast die gleiche Einstellung der Scheibe benutzt, wie beim Verschlüsseln.“ „Das ist doch klar! Sonst ergibt sich wahrscheinlich Mist.“ [...] Auch Ursula lächelte. „Das klingt lustig, enthält aber etwas ganz Wichtiges. Eigentlich das Wichtigste überhaupt, wenn man Geheimschriften verstehen will.“ (S. 59f.)

Im Folgenden erklärt Ursula Christian, wie das Verschlüsseln und Entschlüsseln eines Codes funktioniert und worauf man achten muss, damit ein Code nur von demjenigen geknackt wird, für den er bestimmt ist.

Um ihre Erklärung noch verständlicher zu machen, zeichnet sie ein Schaubild.

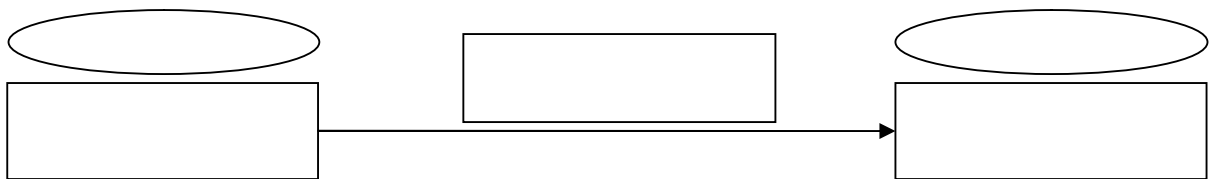
#### Arbeitsauftrag:

1. Erstelle ein Schaubild, welches das Verschlüsseln und Entschlüsseln eines Codes darstellt.
2. Tante Ursula berichtet auch darüber, dass manche Codes unsicher, andere sicher sind. Verfasse einen kurzen Informationstext über sichere und unsichere, knackbare und unknackbare Codes.
3. Ursula benutzt den Cäsar Code, um Christian eine Botschaft mitzuteilen. Sie verrät ihm aber nicht, welche Einstellung sie gewählt hat. Kannst du diese Botschaft entschlüsseln? Und auch Christians Antwort?

#### Hinweise:

zu 1.

- Lies im Buch die Seiten 60 bis 61.
- Schreibe die Schlüsselwörter heraus. Lies den Text ein zweites Mal und zeichne das Schaubild nach den Erklärungen von Ursula.
- Solltest du Schwierigkeiten haben, dieses Schaubild zu erstellen, so kannst du auch das folgende gezeichnete „Gerüst“ mit den entsprechenden Begriffen beschriften.



zu 2.

- Lies im Buch die Seiten 61-62 und 113, 117.
- Erkläre, was man unter einem sicheren, einem unsicheren, einem knackbaren und einem unknackbaren Code versteht. Gib – wenn möglich – jeweils auch ein Beispiel für solche Codes an.

zu 3.

- Auf Tante Ursulas Zettel stand: MD KRBC NRW CXUUNA SDWPN! (S. 62). Christians Antwort findest du auf Seite 104. Probiere mit Hilfe deiner Cäsar-Code-Scheibe verschiedene Einstellungen aus, um diesen Satz zu entschlüsseln.
- Solltest du noch keine Cäsar-Code-Scheibe besitzen, so kannst du diese mit Hilfe der Karte „Bau einer Cäsar-Codierungsmaschine“ selbst erstellen.



## Arbeitskarte 5

### Bau einer Cäsar-Codierungsmaschine

Christian „zog die Servietten, aus denen Giorgio während des Mittagessens die Chiffrierscheiben für ihn gemacht hatte, aus der Hosentasche und strich sie glatt, so gut es ging. Das sollte die Maschine für den Cäsar-Code sein. [...] Christian überlegte, wie er ein gutes Modell bauen könnte. Eines, das wirklich funktionierte.“ (S. 51f.)

Möchtest du dir auch eine solche Maschine bauen? Unten findest du eine Anleitung zum Bau einer solchen Maschine. Leider ist der Text durcheinander geraten.

#### Arbeitsauftrag:

1. Fertige dir eine Cäsar-Codierungsmaschine nach Anleitung an.

#### Hinweis:

1. Lies die einzelnen Textstücke und bringe sie in die richtige Reihenfolge.
2. Fertige nach dieser Anleitung eine Codierungsmaschine.

#### Anleitung zum Bau einer Codierungsmaschine

- Schneide nun die beiden Kreise aus, lege sie übereinander und verbinde sie in den Mittelpunkten mit dem Briefknopf.
- Zeichne mithilfe des Zirkels einen Kreis mit einem Radius von 6 Zentimetern auf den ersten Pappbogen.
- Verkleinere den Radius um 2 Zentimeter und zeichne einen zweiten Kreis auf die andere Pappe. Nun stellt sich die Frage, wie man die 26 Buchstaben gleichmäßig auf die Scheiben verteilt.
- Lege dir zunächst alles zurecht, was du zum Bau benötigst: eine Schere, einen Zirkel, zwei Pappen in DIN-A4-Größe, einen Zirkel, ein Geodreieck, einen Stift und auch einen runden Briefknopf.
- Dazu musst du den Kreis in 26 gleich große Abschnitte einteilen.
- Zeichne nun eine Strecke vom Mittelpunkt des Kreises zu einem beliebigen Punkt auf der Kreislinie.
- Teile 360 Grad durch 26, das ergibt 14 Grad pro Buchstabe.
- Von dort aus kannst du 14 Grad abtragen, dann noch einmal 14 Grad und so weiter und so weiter.
- Übertrage diese Einteilung nun auch auf die zweite Scheibe.
- Schreibe die Alphabete nun auf beide Kreisscheiben.
- Erinnerung dich daran, dass ein Kreis 360 Grad hat.
- Nun lässt sich die innere Scheibe drehen, so dass du deine Codierung einstellen und einen Text verschlüsseln oder entschlüsseln kannst.

## Arbeitskarte 6

So funktioniert die Cäsar-Codierungsmaschine ...

„Und wie funktioniert das Verschlüsseln?“ (S. 224) „... und Entschlüsseln?“

### Arbeitsauftrag:

- Benutze deine Codierungsmaschine, um gemeinsam mit deiner Partnerin/deinem Partner verschlüsselte Botschaften auszutauschen.

### Hinweis:

1. Eine Anleitung zum Verschlüsseln und zum Entschlüsseln findest du auf Seite 224. Lies diese Informationen.
2. Suche dir einen Partner/eine Partnerin: Jeder von euch verfasst nun selbst einen geheimen Text, den ihr mithilfe dieser Maschine verschlüsseln könnt.
3. Tauscht eure Botschaften aus und entschlüsselt eure Nachrichten.

## Arbeitskarte 7

Der Schablonencode

„Es gibt viel bessere Codes. Ich zeige dir einen, der mir besonders gut gefällt. Er heißt der Schablonencode.“ (S. 104)

### Arbeitsauftrag:

1. Ursula erklärt Christian zunächst, wie er eine entsprechende Schablone herstellen kann. Schreibe eine Bastelanleitung zum Bau einer Codierungsschablone.
2. Ursula erklärt Christian auch, wie dieser Schablonencode funktioniert und welche Tipps und Tricks er beachten sollte. Füge diese Tipps deiner Bastelanleitung hinzu.

### Hinweis:

1. Lies im Buch die Seiten 105 bis 106. Unterstreiche in blauer Farbe, welche Anweisungen du zum Bau einer Codierungsschablone erhältst. Unterstreiche in roter Farbe, worauf man beim Basteln besonders achten muss. Deine Bastelanleitung könnte beispielsweise so aussehen:

#### **Anleitung zum Bau einer Codierungsschablone**

Benötigtes Material:

Zeitdauer:

Anleitung: 1. ...  
2. ...

Achte besonders darauf, dass du ...

So funktioniert der Schablonencode:

Und hier noch einige Tipps:

2. Lies die Seiten 105 bis 106. Unterstreiche in grüner Farbe, welche Tipps und Tricks Ursula verrät, damit die verschlüsselten Nachrichten von anderen möglichst nicht geknackt werden. Ergänze sie in deiner Bastelanleitung.

## Arbeitskarte 8

### Die Geschichte der Zahl 60

„60 kommt in der Mathematik vor. [...] 60 ist eine gute Zahl.“ (S. 136)

Auch in unserem Alltag spielt die Zahl 60 eine große Rolle. Hast du eine Idee, wo sie dir täglich begegnet?

Und weißt du auch, woher diese Zahl und das zugehörige 60-er System stammen?

Vor etwa 4 500 Jahren wurde Mesopotamien, das liegt im heutigen Irak, von dem grausamen Herrscher Sargon erobert. Dieser nannte das Land Babylon, das bedeutet übersetzt „Tor Gottes“. Die Menschen dort, die Babylonier, waren gute Beobachter. Sie beobachteten die Gestirne des Himmels, die Sonne, den Mond und auch die Sterne. Dabei bemerkten sie, dass der Mond jeden Abend seine Form verändert. Vom Vollmond wurde er langsam zur Sichel, dann wieder zum Vollmond. Für jeden Tag innerhalb dieses Wechsels notierten sie einen Strich. Als diese Strichliste fertig gestellt war, entdeckten sie, dass zwischen zwei Vollmonden immer genau 30 Tage vergangen waren. Für jeden Vollmond markierten sie auf ihrer Liste einen dicken Strich.

Nach 12 dicken Strichen – also zwölf Vollmonden – waren 360 Tage (12 mal 30 Tage = 360 Tage), also ein Mondjahr vergangen. So entstand der erste Kalender, der sich am Mond orientierte.

Obwohl dieser Kalender schon viele tausend Jahre alt ist, ist er zu unserem Kalender gar nicht so verschieden. Ein babylonisches Jahr hatte zu Beginn der Entdeckungen 360 Tage, aber schon bald hatten die Gelehrten des Landes herausgefunden, dass ein Jahr tatsächlich um 5 Tage und 6 Stunden länger war, als sie ursprünglich gedacht hatten. Sie hatten eine Idee, die in abgewandelter Form bis heute gültig ist: Es wurde ein Monat erfunden, der in regelmäßigen Abständen im Kalenderjahr auftauchte.

Aber über diese Einteilung des Jahres hinaus teilten die Babylonier das Jahr in vier Jahreszeiten und in verschiedene Monate ein. Mithilfe der Sonnenuhr unterteilten sie schließlich einen Tag in 24 Stunden und jede Stunde in 60 Minuten.

Ganz schön erstaunlich, dass diese über 4 000 Jahre alte Zeiteinteilung heute noch von uns benutzt wird.

### Arbeitsauftrag:

1. Finde die richtigen Aussagen:

richtig	falsch	
		Die Babylonier lebten in der Zeit um etwa 2600 v. Christus.
		Die Babylonier lebten im heutigen Iran.
		Die Babylonier teilten das Mondjahr in zwölf Monate ein.
		Ihre ersten Ideen zur Einteilung eines Jahres entstanden, als sie den Verlauf der Sonne beobachteten.
		Der Kalender der Babylonier hat mit unserem heutigen Kalender nicht mehr sehr viel gemeinsam, denn unser Kalenderjahr hat 365 Tage und nicht 360 Tage, wie die ersten Babylonier es bestimmt hatten.

2. Wo liegt Babylonien? Finde dies mit Hilfe eines Atlanten oder einer Bibel heraus. Zeichne eine Landkarte von Babylonien, die auch besondere Orte, wie Gebirge, Flüsse, Städte, Seen, etc. enthält.

**Forschungsauftrag:** Die Babylonier haben die Veränderungen des Mondes innerhalb von 30 Tagen beobachtet. Erstelle eine Zeichnung, aus der hervorgeht, wie der Vollmond immer weiter ab- und später dann wieder zunimmt. Beschrifte die einzelnen Mondphasen. Kannst du beim Betrachten des Abendhimmels bestimmen, ob es sich um einen zu- oder abnehmenden Mond handelt?

## Arbeitskarte 9

Rechnen wie die Babylonier

Forscher haben bei ihren Ausgrabungen Tontafeln gefunden, die besondere Zahlzeichen enthalten. Schon die Babylonier rechneten so ähnlich wie wir heute, jedenfalls im Zahlenraum von eins bis zehn. Dabei benutzten sie zwei Zahlzeichen: Ein „Nagel“ oder „Keil“  $\nabla$  stand für die 1, ein „Winkel“  $\sphericalangle$  für die 10. Jede Zahl, die größer als 59 ist, wurde in mehreren Gruppen geschrieben.

$\nabla$	$\nabla\nabla$	$\nabla\nabla\nabla$	$\nabla\nabla\nabla$	$\nabla\nabla\nabla$
1	2	3	4	5
$\nabla\nabla\nabla$	$\nabla\nabla\nabla$	$\sphericalangle$	$\sphericalangle\nabla$	$\sphericalangle\sphericalangle\sphericalangle$
6	7	10	11	30

Und so rechneten die Babylonier:

$\nabla\sphericalangle\sphericalangle\nabla$	$\nabla\nabla\sphericalangle\nabla\nabla\nabla$
$= 1 \cdot 60 + 21 = 81$	$= 2 \cdot 60 + 23 = 133$

### Arbeitsauftrag:

- Arbeite mit deinem Partner zusammen: Erklärt euch gegenseitig die Rechenregeln der Babylonier. Welche Unterschiede gibt es im Vergleich zu unserem Zahlensystem?
- Übertragt in unser Zahlensystem:

$\nabla\nabla\sphericalangle\nabla$	$\sphericalangle\nabla\nabla\nabla\nabla\nabla\nabla\nabla$	$\nabla\sphericalangle\sphericalangle\sphericalangle$	$\sphericalangle\sphericalangle\sphericalangle\nabla\sphericalangle\nabla\nabla$	$\nabla\sphericalangle\sphericalangle\nabla\nabla\nabla$

- Denkt euch weitere Zahlen aus, die ihr in babylonischen Schriftzeichen notiert. Tauscht mit eurem Partner und überprüft, ob ihr richtig gerechnet habt.

### Lösung:

Achtung! Die Reihenfolge ist vertauscht. Sieh beim Vergleich der Ergebnisse genau hin!

$\nabla\nabla\sphericalangle\nabla$	$= 2 \cdot 60 + 11 = 131$
$\nabla\sphericalangle\sphericalangle\nabla\nabla\nabla$	$= 1 \cdot 60 + 25 = 85$
$\nabla\sphericalangle\sphericalangle\sphericalangle$	$= 1 \cdot 60 + 40 = 100$
$\sphericalangle\nabla\nabla\nabla\nabla\nabla\nabla\nabla$	$= 12 \cdot 60 + 8 = 728$
$\sphericalangle\sphericalangle\sphericalangle\nabla\sphericalangle\nabla\nabla$	$= 31 \cdot 60 + 12 = 1872$

## Arbeitskarte 10

### Pythagoras

„Der Anfang der Mathematik war Pythagoras.“ (S. 43)

Ursula, Laura, Giovanni und Giorgio berichten Christian über den bedeutenden Mathematiker Pythagoras, seine Schule und deren Ideen.

#### Arbeitsauftrag:

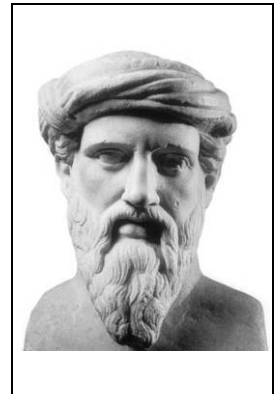
Verfasse mit den Informationen aus dem Buch und dem vorhandenen Bildmaterial einen Lexikonartikel über Pythagoras, seine Schule und deren Ideen.

„Er hat in Sizilien gelebt und Menschen um sich versammelt. Das war eine Art Kloster oder Schule oder Sekte, man weiß es nicht so genau.“ (S. 43)

Um 530 v. Chr. Gründung der pythagoräischen Schule in Kroton (Unteritalien).

Hier galten strenge Regeln, z.B. eine enge Gemeinschaft, die bescheidene Lebensweise, Treue untereinander und eine Verschwiegenheit nach außen.

Kroton heißt heute Crotona und befindet sich in der Provinz Kalabrien (Italien).



„Die Pythagoräer haben mit den Zahlen nicht nur gezählt, sondern sie haben als Erste auf der Welt Eigenschaften von Zahlen erforscht. [...] Die wichtigste Eigenschaft, die sie erforscht haben, war, ob eine Zahl gerade oder ungerade ist.“ (S. 44)

Pythagoras:

**geboren:**

um 570 v. Chr. auf der Insel Samos

**gestorben:**

um 500 v. Chr. vermutlich in Metapont

Pythagoras lebte in seiner Jugend in Ägypten und Babylonien. Er lernte Mathematik, Astronomie und Naturphilosophie.



„Der Wahlspruch der Pythagoräer war: ‚Alles ist Zahl.‘ Sie waren davon überzeugt, dass man alles in der Welt durch Zahlen beschreiben kann.“ (S. 132)

„Die Pythagoräer (machten) sich über alles Mögliche Gedanken: über die Welt, die Musik, die Mathematik und in der Mathematik besonders über Zahlen.“ (S. 43)

#### Hinweis:

1. Ein Lexikonartikel informiert auf sachliche Weise über bestimmte Personen, deren Leben, Ideen, etc.
2. Du kannst den Artikel ergänzen, indem du dir weitere Informationen aus dem Lexikon oder Internet beschaffst.

Quelle: Portrait Pythagoras: <http://www.et.fh-koeln.de/ia/ma/pythagoras.jpg> Abruf am 13.05.08  
Landkarte: Brockhaus Multimedia Version, 2008

## Arbeitskarte 11

### Fibonacci und die Kaninchen

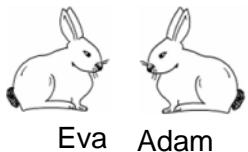
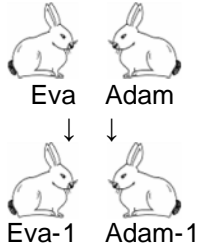
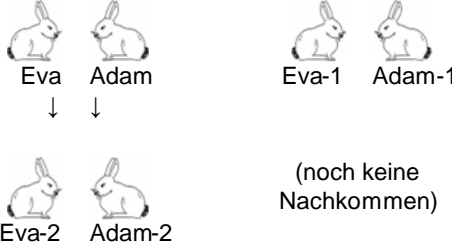
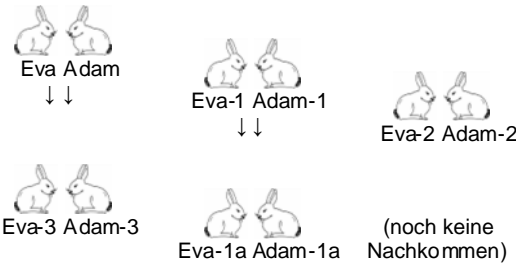
„Er kam auf diese Zahlen, als er versuchte, eine Regel aufzustellen, wie sich Kaninchen vermehren.“ (S. 164)

Fragst du dich wie Leonardo Fibonacci, auf welche Weise man mit Kaninchen besondere Zahlen finden kann?

#### Arbeitsauftrag:

Mache dich mit Fibonacci auf die Suche nach den sogenannten Fibonacci-Zahlen.

#### Hinweis:

Stell dir Folgendes vor:	Anzahl der Paare	
Zu Beginn eines Jahres gibt es genau ein Paar neugeborener Kaninchen. Nennen wir das Weibchen „Eva“, das Männchen „Adam“.	 <p style="text-align: center;">Eva Adam</p>	1
<b>2. Monat:</b> Kaninchen sind nach einem Monat zeugungsfähig, so dass das Pärchen am Ende des zweiten Monats zwei Kaninchenbabys – ein Männchen und ein Weibchen – bekommt. Diese nennen wir nun Eva-1 und Adam-1.	 <p style="text-align: center;">Eva Adam ↓ ↓ Eva-1 Adam-1</p>	2
<b>3. Monat:</b> Weil Kaninchen ab dem zweiten Lebensmonat monatlich werfen können, bekommt unser Adam- und Eva-Paar im vierten Monat wieder ein Paar Junge. Unser neues Pärchen (Eva-1 und Adam-1) können erst ab dem nächsten Monat Junge bekommen. Wir haben nun insgesamt 3 Paare.	 <p style="text-align: center;">Eva Adam      Eva-1 Adam-1 ↓ ↓ Eva-2 Adam-2      (noch keine Nachkommen)</p>	3
<b>4. Monat:</b> Nun bekommt unser altes Pärchen wieder Junge, der erste Wurf (Eva-1 und Adam-1) bekommen nun auch den ersten Nachwuchs, den wir nun Eva-1a und Adam-1a nennen. Der zweite Wurf Eva-2 und Adam-2 bekommt erst ab dem nächsten Monat Nachwuchs. Jetzt haben wir insgesamt 5 Pärchen ...	 <p style="text-align: center;">Eva Adam      Eva-1 Adam-1      Eva-2 Adam-2 ↓ ↓      ↓ ↓ Eva-3 Adam-3      Eva-1a Adam-1a      (noch keine Nachkommen)</p>	5

1. Setze diesen „Stammbaum“ noch für zwei weitere Monate fort.  
Auf der nächsten Seite findest du Kaninchenpaare zum Ausschneiden.  
Wie viele Paare gibt es insgesamt nach 5 bzw. 6 Monaten?

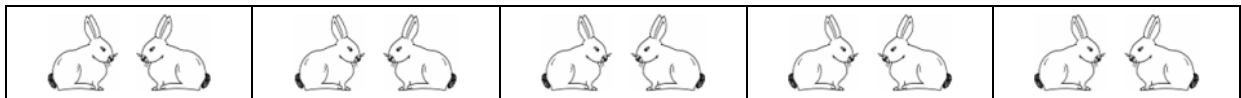
## Arbeitskarte 11 (Fortsetzung)

### Fibonacci und die Kaninchen

- Wenn du diesen Stammbaum für drei weitere Monate zeichnen wolltest, dann bräuchtest du bald ein sehr viel größeres Blatt Papier. Aber dennoch kannst du herausfinden, wie viele Kaninchenpaare es nach 7, 8 bzw. 9 Monaten geben wird, denn es lässt sich eine Regelmäßigkeit entdecken. Vielleicht hast du diese bereits entdeckt. Andernfalls findest du Hilfe im Buch auf der Seite 164.
- Notiere die ersten 15 Fibonaccizahlen.

**Forschungsauftrag:** Wer war Leonardo Fibonacci und was kannst du über sein Leben herausfinden? Benutze ein Lexikon oder suche im Internet nach geeigneten Informationen.

Zum Ausschneiden:



## Arbeitskarte 12

### Teilerregeln

„2 geht nicht, denn 143 ist ungerade. 3 geht nicht, weil die Quersumme nicht durch 3 geht. 5 geht sowieso nicht. 7 ...“ (S. 124)

Christian prüft, durch welche Zahlen 143 teilbar ist. Dabei kann er bestimmte Zahlen ausschließen. Warum?

### Arbeitsauftrag:

Christians Erklärungen sind sehr knapp und nur für „Insider“ zu verstehen. Bist du ein „Insider“ in der Bestimmung von Teilern? Kennst du die Tricks? Christian lernt in der Sommerschule noch weitere Teilbarkeitsregeln kennen.

Erstelle ein Plakat zu allen dir und Christian bekannten Teilbarkeitsregeln.

### Hinweis:

- Sicher kennst du schon einige Teilbarkeitsregeln und weißt, woran du erkennen kannst, ob eine Zahl durch 2, 5, 4, 10 usw. teilbar ist. Als mögliche Hilfe findest du im folgenden einige Tipps:
  - Betrachte die letzte Ziffer einer Zahl.
  - Manchmal muss man sogar die beiden letzten bzw. die drei letzten Ziffern einer Zahl betrachten, um etwas über die Teilbarkeit aussagen zu können.
  - Welche Eigenschaften haben Zahlen, die gerade sind?
  - Bilde die Quersumme einer Zahl, indem du die einzelnen Ziffer der Zahl addierst:
  - Die Quersumme von 143 ist  $1+3+4=8$ .
  - Notiere dir die 5-er Reihe. Welche Ziffern stehen dabei an letzter Stelle?
- Lies die Seiten 128 und 129 zur Teilbarkeitsregel der Zahl 11. Füge sie deinem Plakat hinzu.

## Arbeitskarte 13

### Prim(a)zahlen

„Weißt du, was eine Primzahl ist?’ Das ging ja noch, das hatten sie schon in der Schule gehabt.“ (S. 121f.)

#### Arbeitsauftrag:

1. Teste dein Wissen über Primzahlen.
2. Weitere Besonderheiten von Primzahlen kannst du mit den Arbeitskarten „Primzahlen für Profis“ entdecken. Bearbeite von diesen Karten mindestens eine.

#### Hinweis:

Lies den Text über Primzahlen. Fülle die Lücken aus. Unter dem Text stehen die Worte, die eingefügt werden müssen.

Eine \_\_\_\_\_ ist eine natürliche Zahl, die ziemlich wählerisch ist. Sie lässt sich nur durch \_\_\_\_\_ teilen und zwar durch \_\_\_\_\_ und durch \_\_\_\_\_. Von diesen Primzahlen gibt es \_\_\_\_\_ viele. Es gibt also keine \_\_\_\_\_ Primzahl, aber eine \_\_\_\_\_. Dies ist die Zahl \_\_\_\_\_. Bis auf die Zahl zwei sind alle anderen Primzahlen \_\_\_\_\_ Zahlen.

Der alte Mathematiker \_\_\_\_\_ hat herausgefunden, dass sich jede natürliche Zahl als \_\_\_\_\_ von Primzahlen schreiben lässt. So kann man die Zahl 12 als Produkt der Zahlen zwei, zwei und drei schreiben:  $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$ . Dies nennt man \_\_\_\_\_.

#### Füllwörter:

zwei Zahlen – eins – Primzahlzerlegung - größte - Euklid - unendlich - Primzahl - sich selbst – kleinste – ungerade – Produkt – zwei

## Arbeitskarte 14

### Primzahlen für Profis I – Primfaktorzerlegung

$6 = 2 \cdot 3$	$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$	$10 = 2 \cdot 5$	$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$
-----------------	-------------------------	------------------	--------------------------

„Jede Zahl ist entweder eine Primzahl oder ein Produkt von Primzahlen. In diesem Satz liegt ein tiefes Geheimnis: Obwohl wir das wissen, obwohl wir von jeder Zahl sagen können: Du bist entweder eine Primzahl oder ein Produkt von Primzahlen, ist es anscheinend [...] außerordentlich schwierig, diese Primzahlen zu finden.“ (S. 123)

#### Arbeitsauftrag:

Welche Zahlen verbergen sich hinter diesen Rechenausdrücken?

$3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 + 7$	$3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 + 6$	$3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 + 5$
---	---	---

$3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 + 4$	$3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 + 3$
---	---

Kannst du als Primzahlprofi erklären, weshalb diese Rechenausdrücke keine Primzahlen sind?



## Arbeitskarte 15

### Das Sieb des Eratosthenes

„Eine Primzahl ist nur durch 1 und durch sich selbst teilbar.“ „Ja, eine Zahl, die nur – das ist wichtig – nur durch 1 und sich selbst ohne Rest teilbar ist.“ Dass der Professor darauf achtete, dass alles genau stimmte, wusste Christian schon. Er hörte weiter zu: „Die Zahl 1 schließen wir aus dann ist 2 die kleinste Primzahl. Wie geht es weiter?“ (S. 121)

Diese Frage haben sich schon Mathematiker vor über 2000 Jahren gestellt. Einer von ihnen war Eratosthenes von Kyrene. Er lebte etwa um 276 bis 195 v. Chr. und war Erzieher am Königshof von Alexandria. Eratosthenes beschäftigte sich mit Zahlen. Er entwickelte eine Art **Zahlensieb**: ein Verfahren, bei dem am Ende die Primzahlen ausgesiebt werden.

### Arbeitsauftrag:

Finde alle Primzahlen bis 100.

### Hinweis:

- Lies dir die Informationen zum „Sieb des Eratosthenes“ durch.

			
<p>Professor Primo hat die Zahl 1 schon ausgeschlossen, das werden wir nun auch tun.</p>	<p>Wir legen die Zahl 2 zur Seite und schütten nun alle Zahlen von 3 bis 100 in das erste Sieb. Hindurch fallen alle Zahlen, die durch 2 teilbar sind.</p>	<p>Als nächste Zahl legen wir die 3 zur Seite. Die verbleibenden Zahlen werden nun in ein Sieb geschüttet, welches alle Zahlen hindurch fallen lässt, die durch 3 teilbar sind.</p>	<p>Nun geht es mit den restlichen Zahlen weiter. Die nächste kleinste Zahl ist die 5, diese legen wir wieder zur Seite und schütten alle Zahlen in das „durch 5 teilbare“ Sieb ...</p>

So geht es immer weiter ...

- Hier findest du alle Zahlen von 1 bis 100. Streiche alle Zahlen durch, die durch das erste, zweite, dritte, etc. Sieb fallen. „Siebe“ wie in der obigen Abbildung nach und nach alle Primzahlen aus, indem du die „durchfallenden“ Zahlen streichst.

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48

49	50	51	52	53	54
55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66
67	68	69	70	71	72
73	74	75	76	77	78
79	80	81	82	83	84
85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96
97	98	99	100		

- Welche Zahlen bleiben übrig? Du kannst auf S. 121 überprüfen, ob du alle Primzahlen gefunden hast.
- Wie oft musstest du sieben, um alle Primzahlen von 1 bis 100 zu finden?

## Arbeitskarte 16

### Primzahlen für Profis II – Primzahlgeschwister

„Dazu müssen wir Primzahlen betrachten, genauer gesagt: Primzahlzwillinge.“ (S. 140)

Das hört sich sicher merkwürdig an, aber es stimmt: Es gibt nicht nur Primzahlen, sondern auch Primzahlzwillinge, Primzahltrillinge und sogar Primzahlvierlinge.

#### Arbeitsauftrag:

1. Informiere dich über diese besonderen „Geschwisterzahlen“ und notiere jeweils eine Definition.
2. Finde die ersten 10 Primzahlzwillinge.
3. Wie viele Primzahltrillinge gibt es?

#### Hinweise:

1. Lies auf Seite 140 nach, wann die Mathematiker von Primzahlzwillingen sprechen. Finde ausgehend von diesen Informationen eine Erklärung für „Primzahltrillinge“ und „Primzahlvierlinge“.

		
Man spricht von <b>Primzahlzwillingen</b> , wenn ...	Man spricht von <b>Primzahltrillingen</b> , wenn ...	Man spricht von <b>Primzahlvierlingen</b> , wenn ...

2. Nutze hierzu die Ergebnisse der Arbeitskarte 15 „Das Sieb des Eratosthenes“.

## Arbeitskarte 17

### Primzahlen für Profis III – Professor Primos wichtigste Formel

„Professor Primo nahm ein neues Stück Kreide, brach es durch, legte eine Hälfte zurück, schaute in die Runde, drehte sich zur Tafel und schrieb:  $a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$  drehte sich wieder um und blickte die Zuhörer an. Und sagte noch immer kein Wort. „Das ist die wichtigste Formel der Mathematik. Die wichtigste Identität.“ (S. 143)

#### Arbeitsauftrag:

1. Nach den Sommerferien kehrt Christian in die Schule zurück. Er berichtet seiner Mathelehrerin von dieser besonderen Formel der Mathematik und Professor Primos Ideen. Hilf ihm dabei.
2. Der Professor prüft bei verschiedenen Zahlen, ob diese Primzahlen sind. Dabei benutzt er seine Formel. Notiere Professor Primos Beispiele mit den zugehörigen Überlegungen.
3. Professor Primo formuliert einen allgemeinen Satz zur Faktorisierung von Zahlen: **„Eine ungerade Zahl ist genau dann faktorisiert, wenn sie eine Differenz von zwei Quadratzahlen ist, wobei sich a und b um mindestens 2 unterscheiden.“** (S. 149). Erkläre, weshalb dieser Satz nicht auf Detlefs Beispiel (die Zahl 6) und auch nicht auf z.B.  $13 = 49 - 36$  oder  $11 = 36 - 25$  zutrifft.

#### Hinweise:

1. Christians Notizen sind durcheinander geraten. Hilf ihm, sie in die richtige Reihenfolge zu bringen:

$a^2 = a \cdot a,$ wenn $a = 7$ ist, bedeutet dies $7^2 = 7 \cdot 7 = 49$	$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$ wähle als Beispiel $a = 7$ und $b = 2$	damit ist die Zahl 45 keine Primzahl
setze also in die Ausgangsgleichung ein: $a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$ $7^2 - 2^2 = (7 + 2) \cdot (7 - 2)$ $= 9 \cdot 5 = 45$	$b^2 = b \cdot b,$ wenn $b = 2$ ist, bedeutet dies $2^2 = 2 \cdot 2 = 4$	das bedeutet, dass sich die Zahl 45 in Faktoren, hier 9 und 5 zerlegen lässt

2. Lies im Buch die Seiten 144 und 145.
3. Lies den fett gedruckten Satz noch einmal genau durch.  
Notiere in einzelnen Sätzen, welche Bedingungen für die zu faktorisierende Form gelten müssen.  
Nun kannst du sicher schnell erkennen, weshalb diese Beispiele nicht funktionieren.

## Arbeitskarte 18

Die Primzahlen, das Faktorisieren und die Codes

„Ist diese Zerlegung von Zahlen wirklich so wichtig?“ (166)

Hast du dich auch schon gefragt, weshalb die Teilnehmer der Sommerschule so gespannt darauf warten, ob es dem Professor gelungen ist, dieses Problem der Mathematik zu lösen?

### Forschungsauftrag:

Informiere dich z.B. im Internet über den sogenannten RSA-Code. Finde heraus, welche Bedeutung das Faktorisieren für das Knacken von Codes haben kann. Bereite eine Präsentation zu diesem Thema vor, die du anschließend einer kleinen Gruppe oder der ganzen Klasse vorstellst.

## Arbeitskarte 19

Primzahlen vor dem Spiegel sind manchmal Mirpzahlen

In der Privatstunde, in der Christian von Professor Primo unterrichtet wurde, lernte er, dass es unendlich viele Primzahlen gibt, dass es keine größte Primzahl gibt und auch, dass jede Zahl aus Primzahlen aufgebaut ist. Somit sind die Primzahlen ganz besondere Zahlen. Wie du diese bestimmen kannst, hast du schon mithilfe der Karte „Das Sieb des Eratosthenes“ erarbeitet.

Jetzt geht es aber um besondere Primzahlen: Denke dir eine Primzahl z.B. 13 und stelle sie vor einen Spiegel, Betrachte nun die gespiegelte Zahl. Du siehst jetzt die 31 – wieder eine Primzahl. Primzahlen, die vorwärts bzw. rückwärts gelesen, wieder eine Primzahl ergeben, nennen wir Mirpzahlen.

### Arbeitsauftrag:

1. Betrachte die folgenden Primzahlen und prüfe, welche davon Mirpzahlen sind:  
17, 47, 59, 97, 101, 151, 211, 313
2. Welche Primzahlen zwischen 2 und 1000 kannst sofort ausschließen?
3. Bei welchen Primzahlen siehst du sofort, dass es Mirpzahlen sind?

Lösung:

Zu 1): 17, 97, 101, 151, 313

Zu 2): Es lassen sich alle Primzahlen ausschließen, die als erste Ziffer eine 2, 4, 5, 6 oder 8 haben, weil sie dann durch 2 oder durch 5 teilbar sind.

Zu 3): Alle Primzahlen, die symmetrisch sind, lassen sich sofort als Mirpzahlen erkennen.

## Arbeitskarte 20

„Reiche Zahlen – arme Zahlen“

„60 ist eine viel bessere Zahl als 10.“ „Was heißt denn das? Gute Zahlen, schlechte Zahlen?“ (S. 136)

In der Mathematik unterscheidet man nicht zwischen guten und schlechten, sondern zwischen armen und reichen Zahlen. Außerdem gibt es auch perfekte Zahlen. Vielleicht hast du dich auch schon gefragt, woran man dies erkennen kann.

Wie du herausfinden kannst, welche Zahlen nun als arme bzw. als reiche Zahlen oder als perfekte Zahlen bezeichnet werden, das erfährst du hier.

### Arbeitsauftrag:

1. Lies den Informationstext und notiere zu jedem einzelnen Abschnitt die passende Rechnung.

So kannst du herausfinden, ob eine Zahl als reiche bzw. als arme Zahl bezeichnet wird. Wir untersuchen die Zahl 60.	
Bestimme zunächst alle Teiler dieser Zahl – in unserem Falle alle Teiler der Zahl 60.	
Addiere dann alle Teiler dieser Zahl – ausgenommen die Zahl selbst.	
Betrachte das Ergebnis: Ist die Summe kleiner als die Zahl, die du untersucht hast (in unserem Fall die Zahl 60), so nennt man diese „arm“. Ist die Summe größer als diese Zahl, so handelt es sich um eine „reiche“ Zahl. Ist die Summe gleich der Zahl, so ist es eine perfekte Zahl.	

2. Christians Lieblingszahl ist die 28. Welche Besonderheit hat diese Zahl? Teste deine eigene Lieblingszahl.
3. Denke dir selbst eine Zahl und prüfe, ob diese Zahl eine reiche oder eine arme Zahl ist. Finde mindestens 3 reiche Zahlen.
4. Ursula behauptet: „Jede Primzahl ist immer eine arme Zahl.“ Hat sie Recht? Begründe.
5. Die kleinste perfekte Zahl ist 6, die zweite perfekte Zahl ist Christians Lieblingszahl. Der nächste Kandidat ist 496. Zeige, dass 496 perfekt ist.

## Arbeitskarte 21

Wanted – Zahlen gesucht

In Cortona-Terontola ist die Aufregung groß. Bestimmte Zahlen und Zahlenbanden treiben seit Wochen ihr Unwesen und verunsichern die Bevölkerung. Die ansässige Polizei hat während der Ermittlungen bereits einige wichtige Informationen über die Täter sammeln können. Folgende besondere Eigenschaften konnten sie bestimmen:



???

Gesucht:  
eine Bande von Zahlen.  
Besondere Eigenschaften:  
Hat genau zwei Teiler und ist  
einstellig.

???

Gesucht: eine Zahl.  
Besondere Eigenschaften: Hat  
genau drei Teiler und besitzt die  
7 als Primfaktor.

???

Gesucht: eine Bande von Zahlen  
Besondere Eigenschaften: Hat  
nur die Primfaktoren 2 und 3 und  
ist eine dreistellige Quadratzahl.

### Arbeitsauftrag:

Kannst du der Polizei von Cortona-Terontola helfen, die Identität der Täter bzw. der Banden zu bestimmen?

### Hinweis

- Zu 1): Notiere alle einstelligen Zahlen. Bestimme zu jeder Zahl die zugehörigen Teiler. Solltest du damit Schwierigkeiten haben, so kannst du die Karte 12 zu Hilfe nehmen. Streiche alle Zahlen, die mehr als zwei Teiler haben.
- Zu 2): Bestimme alle Zahlen bis 100, die die „7“ als Primfaktor haben, d. h. durch 7 teilbar sind. Bestimme nun die Teiler dieser Zahlen und finde die Zahl, die nur drei Teiler hat.
- Zu 3): Hierzu musst du verschiedene Produkte aus den Zahlen „2“ und „3“ bilden. Dabei können beide Zahlen beliebig oft vorkommen. Das Produkt muss dreistellig sein und zudem eine Quadratzahl sein. Notiere dazu alle Quadratzahlen zwischen 100 und 625. (Tipp: Eine Quadratzahl bildest du, indem du eine Zahl mit sich selbst multiplizierst; z.B.:  $5 \cdot 5 = 25$  oder  $9 \cdot 9 = 81$ )

### Lösung zu „Wanted“:

- 1) Diese Bande besteht aus den Zahlen 2; 3; 5 und 7.
- 2) Die Gesuchte ist 49.
- 3) Diese Bande besteht aus den Zahlen 144, 256 und 576.

## Arbeitskarte 22

Falsch gerechnet?

„Das ist eine neue Rechenart“, grinste Dreikommavierzehn verschwörerisch, „meine Rechenart!“ Und bevor Christian sich wundern konnte, fragte der Kugelkopf: „Was ist 23 plus 8?“ „31“, sollte Christian antworten, ... (S. 81)

$$23 + 8 = 5$$

$$20 + 20 = 14$$

$$3 \cdot 20 = 8$$

### Arbeitsauftrag:

Das kann doch wohl nicht stimmen, oder? Überprüfe, ob falsch gerechnet wurde und versuche selbst mit dieser Rechenart zu rechnen.

### Hinweis:

1. Lies auf S. 80f. nach, wie du mit dem 26-zahligen System rechnen kannst.
2. Löse anschließend folgende Aufgaben. Kontrolliert in Partnerarbeit, ob ihr richtig gerechnet habt:

$$2 \cdot 17 =$$

$$17 + 13 =$$

$$25 + 27 =$$

## Arbeitskarte 23

Zahlenkünstler

„Das sind alles Leute, die sich viel mit Zahlen und ihren Eigenschaften beschäftigen. [...] Mir kommt es vor wie ein Club der Zahlenkünstler.“ (S. 64)

### Arbeitsauftrag:

Zahlen begegnen dir jeden Tag – nicht nur im Matheunterricht in der Schule. Ist dir das schon aufgefallen?

1. Werde selbst zum „Zahlenkünstler“ und suche Zahlen in deiner Umgebung.
2. Fertigt eine Ausstellung zu „Zahlen in unserer Stadt“ an.
3. Veranstaltet einen Wettbewerb: Wer findet das originellste Zahlenbild?

### Hinweis:

1. Mache dich mit dem Fotoapparat auf die Suche nach Zahlen in deiner Stadt. Findest du alle Zahlen von 1 bis 30 (auch ohne die Hausnummern)? Einige Ideen findest du hier:

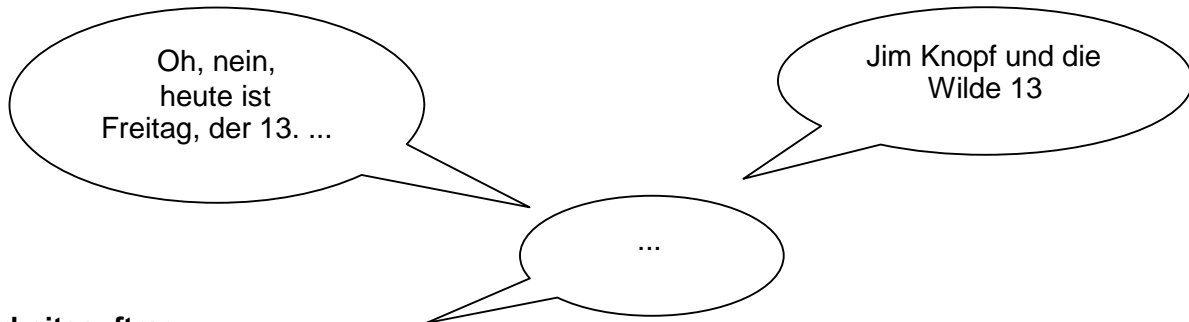


Fotos: Kerstin Schäfer



## Arbeitskarte 24

Geheimnis um ... die Zahl 13.



### Arbeitsauftrag:

Die Zahl 13 kommt in vielen Geschichten vor; manche Menschen bezeichnen 13 als „Unglückszahl“. Könnt ihr das Geheimnis um die Zahl 13 lösen?

### Hinweis:

1. Arbeitet in einer Gruppe zusammen und sammelt alles, was euch zur Zahl 13 einfällt. Ihr könnt dazu auch Menschen in eurer Umgebung zu dieser Zahl befragen.
2. Erstellt ein Mindmap zur Zahl 13.
3. Verfasst einen Lexikonartikel über die Zahl „13“, in dem ihr über das „Geheimnis um ... die Zahl 13“ berichtet.

### Forschungsauftrag:

Außer der Zahl 13 gibt es noch weitere Zahlen, die in Märchen, Geschichten oder in der Bibel eine besondere Rolle spielen.

Finde heraus, um welche Zahlen es sich handelt.

Kannst du erklären, warum dies besondere Zahlen sind?



## Arbeitskarte 25

### Dreikommavierzehn

„Zu mir kommt manchmal ein kleines Männchen, das mir Dinge erklärt. Es heißt Dreikommavierzehn.“ Christian hatte nicht nachgedacht, der Satz war ihm einfach so herausgerutscht. [...] „Wie sieht dein Dreikommavierzehn denn aus?“ (S. 21)

Christian beschreibt Ursula, wie dieses Männchen aussieht.

#### Arbeitsauftrag:

1. Zeichne dieses Männchen in unterschiedlichen Situationen: beim Sprechen, Essen, Lachen oder wenn es traurig ist.
2. Vergleiche deine Zeichnungen mit denen deiner Mitschüler.  
Welche Gemeinsamkeiten und Unterschiede findet ihr?  
Waren Christians Beschreibungen so genau, dass sich die Männchen ähnlich sehen?

#### Forschungsauftrag:

Christian stellt sich die Zahl 3,14 ganz besonders vor. Viele Menschen haben unterschiedliche Vorstellungen von Zahlen – so hat für manche Menschen jede Zahl eine eigene Farbe. Befrage Menschen in deiner Umgebung zu ihrer Vorstellung von Zahlen und notiere deine Ergebnisse in deinem „Buch zum Buch“.

#### Hinweis:

1. Lies im Buch die Seiten 22 bis 23. Notiere in Stichworten, was du über das Aussehen von Dreikommavierzehn erfährst.
2. Versuche dieses Männchen nach Christians Erklärungen zu zeichnen.

## Arbeitskarte 26

Auch fremde Sprachen sind wie Codes, die sich entschlüsseln lassen.

Die Sommerschule, welche Ursula und Christian besuchen, liegt in Cortona-Terontola, einem Ort in Italien. Christian spricht natürlich deutsch und auch ein wenig englisch. Italienisch hat er in der Schule zwar noch nicht gelernt, aber trotzdem versteht er doch das eine oder andere Wort dieser Sprache.

Er überlegt sich, eine Art Vokabelheft anzulegen, in dem er die Wörter und Sätze, welche er bisher hier gehört hat, notiert und auch die deutsche Bedeutung dazu schreibt.

### Arbeitsauftrag:

Hilf Christian bei der Erstellung eines solchen Vokabelheftes.

### Hinweise:

1. Die ersten Wörter und Sätze findest du in der unten stehenden Tabelle. Ergänze die deutsche Bedeutung. Manchmal findest du diese Bedeutung direkt im nachfolgenden Text; manchmal musst du die Bedeutung aus dem Zusammenhang erschließen.
2. Solltest du Wörter finden, deren Bedeutung du nicht herausfinden kannst, so kannst du auch jemanden fragen, der italienisch spricht oder im Internet nachschauen.  
[http://firenze.paukerin.com/pauker/DE\\_DE/IT/wb/](http://firenze.paukerin.com/pauker/DE_DE/IT/wb/)
3. Erweitere die Tabelle und schreibe die italienischen Wörter und Sätze heraus, die du beim Lesen dieses Buches findest.

Italienisch	Deutsch
Qui fa fresco, da noi fa caldissimo. (S. 25)	Da oben ist es kühl, da unten im Ort ist es wahnsinnig heiß.
Arrivederci! (S. 27)	
Si prego! (S. 27)	
Suo nome? (S. 27)	
Buon giorno! (S. 34)	
Scuola estiva (S. 35)	
Per il nostro piccolo. (S. 39)	Für unseren Kleinen.
Attenzione! (S. 41)	
„Un regalo!“ (S. 45)	ein Geschenk
Molto bene! (S. 59)	
un numero (S. 65)	
Grazie (S. 68)	
Molto segreto! (S. 111)	
...	

## Arbeitskarte 27

### Der Professor

Ursula drehte sich zu Christian um und flüsterte: „Professor Primo ist wahnsinnig berühmt.“ (S. 33)

Der Professor ist wirklich ein besonderer Mensch. Christian versucht, alle Informationen, die er bisher über ihn sammeln konnte, in einer Art Steckbrief zu ordnen.

#### Arbeitsauftrag:

Hilf Christian bei der Erstellung des Steckbriefes.

#### Hinweise:

1. Lies im Buch das Kapitel „Der Professor“ (S. 32-37). Unterstreiche alle Informationen, die etwas über den Professor aussagen.
2. Weitere Informationen findest du auf den Seiten 121, 142, 180, 184f., 197.
3. Erstelle einen Steckbrief. Dieser könnte beispielsweise so aussehen:

**Steckbrief: Professor**

Vorname, Name:

Nationalität:

Wohnort/ Aufenthaltsort:

Aussehen:

- Augenfarbe:
- Haarfarbe:
- Statur:

Beruf:

(Fremd-)sprachen:

Besondere Eigenschaften:

4. Wenn du Lust hast, kannst du den Professor auch zeichnen oder in einer Zeitschrift nach einem passenden Bild suchen.
5. Kennst du den Ausspruch: „Der Name ist Programm“? Weshalb heißt der Professor mit Nachnamen „Primo“? Erkläre.

## Arbeitskarte 28

Durcheinander am letzten Abend

„Wie ein Lauffeuer hatten sich die Ereignisse im Restaurant verbreitet. Alle wollten wissen, was genau passiert war.“ (S. 203)

Am letzten Abend der Sommerschule findet das conference dinner statt. Eigentlich sollte es der Höhepunkt der zwei Wochen sein, doch dann kommt alles ganz anders. Als plötzlich Krankenwagen und Polizei im Restaurant ankommen, wollen alle anderen wissen, was genau passiert ist.

### Arbeitsauftrag:

1. Die Neugierigen wollen genau wissen, wie sich alles ereignet hat.
2. Die Polizisten verschaffen sich einen schnellen Überblick und fragen dann, was passiert ist. Auf der Polizeistation verfassen sie schließlich einen Bericht über die Vorfälle im Restaurant.

### Hinweise:

1. Bringe die Geschehnisse des letzten Abends in die richtige Reihenfolge. Trage dazu die Nummern in die Kästchen [ ] ein. Schneide anschließend die Textblöcke auseinander und klebe sie in der richtigen Reihenfolge in dein Heft.

Wenn du Hilfe benötigst, lies die Seiten 190-203 im Buch.

<input type="checkbox"/> Dann erhob sich Detlef und begann mit einer weiteren Rede. Darin berichtete er auch davon, dass der Professor sein Versprechen, die Codes zu knacken, nicht gehalten hatte.	<input type="checkbox"/> Detlef wurde gestoßen und riss beim Fallen das Tischtuch vom Tisch. Dabei konnte er zufällig ein Fleischmesser erwischen.	<input type="checkbox"/> Das Essen begann mit den Vorspeisen. Dann wurden zunächst der erste Gang und schließlich der zweite Gang aufgetragen.
<input type="checkbox"/> Professor Primo saß alleine mit Giustina an einem Tisch.	<input type="checkbox"/> Franco rief den Notarzt und die Polizei.	<input type="checkbox"/> Die Gesellschaft saß an runden Tischen.
<input type="checkbox"/> Giustina stürzte auf Detlef zu, um ihm das Manuskript zu entreißen.	<input type="checkbox"/> Mit dem Messer ging er auf den Professor zu und stach ihm in den Bauch.	<input type="checkbox"/> Die beiden Polizisten nahmen Detlef am Arm und führten ihn ab.
<input type="checkbox"/> Heute war das conference dinner. Dieser Abend war üblicherweise der Höhepunkt der Sommerschule.	<input type="checkbox"/> Nach dem Hauptgang erhob sich einer der schwarzen Signori, um eine Dankesrede für Professor Primo zu halten.	<input type="checkbox"/> Alle hatten sich fein gemacht. Die Italiener trugen elegante Jacketts, viele Frauen trugen Kleider oder Röcke.
<input type="checkbox"/> Der Professor sank zu Boden und Detlef stand starr und hielt weiterhin das Messer in der Hand.	<input type="checkbox"/> Um sieben Uhr trafen sich alle vor dem Schloss, erst nach und nach machten sich alle auf den Weg zum Lokal in Cortona.	<input type="checkbox"/> Detlef kam etwas später in das Lokal und nahm am Tisch des Professors Platz.
<input type="checkbox"/> Als erstes traf der Notarztwagen ein. Die Sanitäter legten den Professor auf die Trage und trugen ihn zum Wagen.	<input type="checkbox"/> Detlef zeigte den Anwesenden das Manuskript und erklärte allen, dass dieses keine neuen Erkenntnisse enthalte.	<input type="checkbox"/> Alle gingen hinaus auf die Piazza Garibaldi und später zurück ins Schloss.

2. Verfasse einen Polizeibericht über die Vorfälle im Restaurant. Versetze dich in einen Polizisten. Lies dir die Geschehnisse des Abends noch einmal genau durch. Unterstreiche alle Informationen, die du aus Sicht der Polizisten für wichtig hältst. Hilfreich ist es, wenn du dir dabei folgende Fragen stellst:

- Wer war an dem Vorfall beteiligt?
- Was ist passiert?
- Wo ist es passiert?
- Wie ist es passiert?
- Wann ist es passiert?
- Warum ist es passiert?

**Tipp:** Ein Bericht ist ein Text, der einen Sachverhalt objektiv schildert. Das bedeutet beispielsweise, dass es in einem Bericht nicht darum geht, die Gefühle der Beteiligten zu beschreiben. Ein Bericht wird im Präteritum (Vergangenheitsform) verfasst.

## Arbeitskarte 29

### Das Geheimnis um den Inhalt des orangefarbenen Umschlags

Professor Primo hob den großen, dicken, orangefarbenen Umschlag hoch: „Hier ist mein Manuskript für die Sommerschule. Es enthält alle Erkenntnisse, die noch niemand zu Gesicht bekommen hat.“ (S. 36)

Der orangene Umschlag hat für die einzelnen Teilnehmer der Sommerschule verschiedene Bedeutungen. Jeder und jede denkt unterschiedlich über diesen Umschlag und dessen Inhalt.

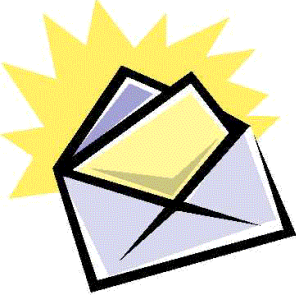
#### Arbeitsauftrag:

1. Finde heraus, welche unterschiedlichen Erwartungen, Hoffnungen, aber auch Befürchtungen die einzelnen Personen beschäftigen.  
Finde auch die Gründe/Begründungen für diese Positionen.
2. Wähle eine Person aus und verfasse einen Tagebucheintrag zu dem Thema: „Das Geheimnis des orangefarbenen Umschlags“.

#### Hinweise:

1. Vervollständige das Schaubild, indem du die angegebenen Seiten im Buch liest.

Ursula (S. 187/188):	Giustina (S. 37, S. 210):
Detlef (S.197):	Der Professor (S. 36, S.187/188):



2. Du kannst dich beispielsweise in den Professor, Giustina, Tante Ursula, Detlef, Christian oder einen anderen Teilnehmer der Sommerschule hineindenken.  
Das Schaubild kann dir dabei helfen, den Tagebucheintrag zu verfassen.

## Evaluationsbogen

	+ über- wiegend zutreffend	0	- weniger zutreffend
Durch die Lektüre dieses Mathe-Krimis habe ich ein neues Verständnis für die Ideen der Mathematik, die Besonderheiten von Zahlen und die Geschichte der Mathematik entwickelt.			
Ich habe neben dem Buch weitere Informationsquellen genutzt und konnte die Erklärungen dort in meine Erarbeitungen einbeziehen.			
Die zu Beginn notierten Fragen konnte ich im Laufe der Zeit durch Bearbeitung verschiedener Karten beantworten.			
Die auf den Arbeitskarten vorgegebenen Aufgaben haben mir geholfen, mein Verständnis von bestimmten mathematischen Phänomenen zu vertiefen.			
Ich habe den Forschungsauftrag _____ bearbeitet und die Ergebnisse ansprechend in meinem Buch zum Buch festgehalten.			
Ich habe im Rahmen der Forschungsaufgaben weitere Medien (Bücher, Internet, etc.) herangezogen.			
Ich habe aus eigenem Interesse über die gestellten Aufgaben hinaus weitere Forschungen zu Zahlen und zur Mathematik angestellt.			
Ich habe mein „Buch zum Buch“ sorgfältig geführt (Schrift und äußere Form), ansprechend gestaltet (illustriert) und übersichtlich geordnet (Inhaltsverzeichnis).			
Ich habe neue Methoden kennen gelernt und angewendet.			
Ich habe bekannte Methoden vertieft und wiederholt.			

Zusätzlich möchte ich folgende Anmerkungen machen:

---



---



---



---



---



---



---



---

## Ideenecke – Forschungsaufträge

### Idee 1: Organisation einer Ausstellung

Erstellt gemeinsam (mit allen Schülern der Klasse oder einer ausgewählten Gruppe) eine Ausstellung zu Codes, Codierungsmaschinen, -schablonen, Geheimschriften, etc.

### Idee 2: Paradoxa in der Mathematik

Warum fliegt nach Zenons Argumentation der Pfeil nicht? Warum gelingt es nach Zenon dem Läufer Achilles nicht, die Schildkröte, die kurz vor ihm gestartet ist, einzuholen? Informiert euch im Lexikon oder Internet über diese Paradoxa und versucht, sie euren Klassenkameradinnen vorzustellen.

### Idee 3: Informationen über den Autor

Herr Beutelspacher, der Autor dieses Mathe-Krimis, ist nicht nur Schriftsteller, sondern auch Professor für Mathematik. Er hat viele gute Ideen, die Mathematik verständlich zu erklären und den Menschen zu zeigen, wie schön und spannend die Welt der Zahlen ist. Finde weitere Informationen über ihn und seine Ideen.

### Idee 4 a: Besuch im Mathematikmuseum

Herr Beutelspacher hatte die Idee, ein Mathematikmuseum zu eröffnen, in dem Mathematik „angefasst“ werden kann. Hier erfahrt ihr, wo überall Mathematik versteckt ist. Ein Besuch im Mathematikum in Gießen lohnt sich: <http://www.mathematikum.de/>.

### Idee 4 b: Besuch im Mathematikmuseum

In Bonn gibt es ein Museum, welches sich mit der Geschichte des Rechnens und dem Bau von Rechenmaschinen beschäftigt. Informationen zum Arithmeum findet ihr unter: <http://www.arithmeum.uni-bonn.de/>. Vielleicht führt euer nächster Klassenausflug ja nach Bonn?

### Idee 5: Organisation der Mathematikausstellung

Wenn der Weg bis zum Mathematikum nach Gießen oder zum Arithmeum nach Bonn zu weit ist, dann könnt ihr die Wanderausstellung „Mathematik zum Anfassen“ besuchen oder sie vielleicht sogar zu euch an die Schule holen. Weitere Informationen findet ihr unter: <http://www.mathematikum-unterwegs.de/>

# Materialien und Medien

## Fachliteratur

Simon Singh: Codes – Die Kunst der Verschlüsselung, Reihe Hanser, München 2004.

Simon Singh: Geheime Botschaften. Die Kunst der Verschlüsselung von der Antike bis in die Zeiten des Internet. München 2001.





Albrecht Beutelspacher  
**Christian und die Zahlenkünstler**  
**Ein Mathe-Krimi**  
Mit Bildern von Thomas M. Müller  
224 Seiten

ISBN 978-3-423-62332-2  
EURO 7,95 [D]  
Ab 11

### **Impressum:**

© 2008 Deutscher Taschenbuch Verlag GmbH & Co. KG, München  
Alle Rechte vorbehalten  
In neuer Rechtschreibung

*Reihe Hanser*  
Deutscher Taschenbuch Verlag  
Friedrichstraße 1a  
80801 München  
[www.reihevhsanser.de](http://www.reihevhsanser.de)

### **Reihe Hanser Unterrichtspraxis**

Idee, Konzeption und Redaktion  
Marlies Koenen  
INSTITUT FÜR IMAGE+BILDUNG, Berlin